# FREGE CRITICO DE KANT

(Con autorización de *Revue Internationale de Philosophie,* 33 année, #130, 1979, p. 739-760.)

**Jacques Bouveresse**
**(Traducción de José O. Suárez M.)**

## I

Desde el punto de vista de FREGE, la expresión "teoría formal de la aritmética" puede designar dos concepciones muy diferentes, de las cuales él defendió una con tanto ardor como combatió a la otra. La segunda es la concepción formalista vulgar, según la cual, en aritmética "los signos son vacíos y constituyen ellos mismos los números"[1] . La primera es la que atribuye a la aritmética un carácter " formal", en el sentido de "puramente lógico" que la distingue radicalmente de la geometría y la aproxima a la lógica propiamente dicha.

> La primera dice que todas las proposiciones aritméticas pueden ser deducidas únicamente de definiciones de manera puramente lógica y, en consecuencia, deben efectivamente ser deducidas de ellas. Por ello la aritmética se encuentra puesta en oposición con la geometría, que, como todo matemático debe estar sin duda convencido, tiene necesidad de ciertos axiomas que le son propios, de los cuales, lo contrario -considerado desde un punto de vista puramente lógico- sería totalmente posible, es decir sin contradicción. Entre todas las razones que hablan en favor de esta manera de ver, no mencionaré más que una, que reposa sobre la aplicabilidad no limitada *(Umfassend)* de las teorías aritméticas. Efectivamente, es posible contar casi todo lo que puede devenir objeto del pensamiento: lo ideal tanto como lo real, los conceptos como las cosas, lo temporal tanto como lo espacial, los sucesos como los cuerpos; los métodos tanto como los teoremas; los números mismos pueden de nuevo ser contados. Lo que se requiere no es propiamente hablando otra cosa que una cierta claridad en la delimitación, una cierta perfección lógica. De esto no es sin duda abusivo sacar la conclusión de que los principios sobre los que se edifica la aritmética no se deben referir a un dominio restringido del cual expresan la especificidad como lo hacen los axiomas de la geometría para las cosas espaciales; esos principios deben por el contrario extenderse a todo lo pensable *(Alles Denkbare)* y ¿no es con razón acaso que se hace entrar en la lógica este genero de proposiciones de la más alta generalidad? (Ibid; p.103)

---

1 "Ueber formale Theorien der Arithmetik" (1885), in Kleine Schriften, herausgegeben von I. Angelelli, Georg Olms, Hildesheim, 1967, p. 105.

A diferencia de la aritmética, cuyas proposiciones como las de la lógica se aplican a todo objeto convenientemente determinado, la geometría es una ciencia "material" regional, construida sobre axiomas propios que no son (lógicamente) necesarios. De "esta naturaleza lógica o formal de la aritmética", Frege obtiene inmediatamente un cierto número de conclusiones:

1) "No se puede trazar una frontera perfecta entre la lógica y la aritmética; consideradas desde el punto de vista científico ellas dos constituyen una ciencia unitaria" (Ibid). Se podría atribuir a la lógica "los principios más generales y quizás las consecuencias más inmediatas" y a la aritmética "la secuencia del desarrollo" *(die weitere Ausbildung)*. Pero esto es un poco como si se aislase, al interior de la geometría, una disciplina específica que sería la ciencia de los axiomas geométricos. Este género de separación está a menudo justificado desde el punto de vista práctico pero peligroso desde el punto de vista teórico para las dos partes concernientes. En este caso preciso hay buenas razones para pensar que: (a) del hecho de su parentesco esencial con la aritmética "la lógica no puede ser tan estéril como ella lo parece cuando se la considera superficialmente y sin duda sin que una cierta complicidad de los lógicos no haya contribuido a ello", lo que significa que el desprecio con el cual ella es generalmente tratada por los matemáticos no está de ninguna manera justificado; (b) del hecho de su parentesco esencial con la lógica, la aritmética no debería permanecer ignorada por los lógicos, quienes "no pueden aprender a conocer a fondo su propia ciencia si no se preocupan de la aritmética" (Ibid, p. 104)

2) "No hay modos de razonamientos aritméticos que no se puedan reducir a los modos universales de la lógica" (Ibid). En consecuencia, allí donde la naturaleza puramente lógica del razonamiento no aparece inmediatamente, como en el caso de la inducción matemática que los matemáticos tienen la tendencia a concebir como una inferencia típica e irreductiblemente aritmética, ella debe ser explicitada, sin lo cual el problema de la justificación del razonamiento permanecería incompleto e insoluble.

3) Dado el carácter "no creativo" de las definiciones, sobre el cual Frege ha insistido especialmente en su polémica contra la concepción hilbertiana de la geometría [2], los elementos últimos inanalizables a los cuales se reducen en ultimo análisis todos los conceptos de una ciencia deben ser tales que "Las propiedades que pertenecen a estos materiales de construcción originarios de la ciencia contienen como en germen todo su contenido (Ueber formale Theorien der Arithmetik, p. 104). No es concebible que el proceso de construcción conceptual por el cual se pasa de

2 Cf. "Ueber die Grundlagen der Geometrie" (1903), in Kleine Schriften, p. 262-263. Ver igualmente: Grundgesetze der Arithmetik (1893-1903), Georg Olms, Hildesheim, 1966, Vol. I, p. XIII-XIV.

términos primitivos indefinibles a términos derivados haga aparecer características de un tipo completamente nuevo. En consecuencia, una propiedad tan fundamental como la aplicabilidad universal de la aritmética debe provenir inmediatamente de la naturaleza de sus propios conceptos primitivos, lo que implica que ellos son, en último análisis, conceptos lógicos:

> ...Es claro que los límites de una ciencia están determinados por la naturaleza de sus materiales de construcción originarios. Si tenemos que ocuparnos originariamente, como es el caso de la geometría, con configuraciones espaciales, entonces la ciencia estará igualmente limitada a lo espacial. Si la aritmética en consecuencia, debe ser independiente de todas las propiedades particulares de las cosas, la misma cosa debe ser verdad de sus materiales de construcción originarios: ellos deben ser de naturaleza puramente lógica. De allí resulta la obligación de reducir todo lo que es aritmética a lógica por definiciones (Ibid).

Frege concede una importancia crucial, desde este punto de vista, a la eliminación de la noción pseudo-lógica de conjunto en favor de la noción de concepto. Si conceptos como conjunto, clase, colección, agregado, multiplicidad, etc., no conciernen, a sus ojos, con la lógica propiamente dicha es por que ellos permanecen fundamentalmente dependientes de una idea de contigüidad espacial o de síntesis psicológica en la representación. En general, el número no tiene nada que ver con el "pensamiento agregativo" y no pertenece más que secundariamente a los conjuntos en la medida en que ellos constituyen extensiones del concepto:

> Se olvida...totalmente que se puede igualmente contar eventos, métodos, conceptos a partir de los cuales sin embargo no se puede similarmente constituir montones *(Haufen)*. Caracterizando, para mí, como concepto aquello a propósito de lo que interviene el número, señalo que la totalidad de que se trata aquí es mantenida como conjunto por características *(Merkmale)*, y no por la proximidad espacial que no puede aparecer más que en los casos particulares como efecto secundario de los caracteres en cuestión, pero que en general, no tiene ningún sentido (Ibid, p. 105).

Este poder auténticamente colectivizante del concepto, que no tiene nada que ver con el que se le atribuye a la representación psicológica y del cual dice Frege que "supera en mucho el poder unificador de la apercepción sintética"[3] es desconocido a la vez por las teorías "temporalistas" que, como la de Kant, reducen el número en tanto que "esquema puro de la magnitud" a la adición sucesiva de unidades en el tiempo y por las teorías

---

3 Grundlagen der Arithmetik (1884), Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt, 1961, p.61.

conjuntistas que, so pretexto de que el número no depende más que de la extensión del concepto, creen poder olvidar el concepto.[4]

Se podría subrayar que una de las preocupaciones esenciales de Husserl en la "Filosofía de la Aritmética" fue precisamente el de hacer justicia al carácter trascendental (en el sentido escolástico) del número. Husserl y Frege utilizan, de hecho, los mismos argumentos y se refieren ambos a Leibniz, que reprocha a los escolásticos haber perdido de vista una característica esencial del número, a saber, su aplicabilidad ilimitada que lo convierte en un *Universalissimum* del que se puede decir, propiamente hablando que concierne a la metafísica[5] . Pero, para Frege, el psicologismo (con su correlato inevitable, en este caso, el abstraccionismo) ha impedido a Husserl liberarse completamente de la idea de que los números son propiedades de objetos (considerados simplemente bajo el aspecto del puro "cualquier cosa") y de explotar realmente la intuición fundamental de la filosofía fregeana del número según la cual, el verdadero sujeto de una atribución numérica es siempre un concepto.

> No discutiría, precisa Frege, sobre la cuestión de saber si el enunciado versa directamente sobre el concepto e indirectamente sobre su extensión, o indirectamente sobre el concepto y directamente sobre la extensión: porque si una de las dos cosas sucede, la otra se da igualmente. Lo que es seguro es que ni una extensión del concepto, ni un conjunto *(Inbegriff)* están designados directamente, sino únicamente un concepto[6].

Frege no consideró naturalmente una objeción posible proveniente de lo que Wittgenstein llama "la generalidad de las palabras 'concepto' y 'objeto'" y que él formula Así: "Lo que entendemos normalmente por número no es siempre una propiedad de una propiedad. Porque no sabríamos quién tiene esta propiedad"[7].

---

4 Sobre este punto, Cf. Wittgenstein, Philosophische Grammatik, Blackwell, Oxford, 1969, p. 332.

5 Cf. Leibniz, Philosophische Schriften, herausgegeben von C.J. Gerhardt (Berlin, 1875-1890), Georg Olms, Hildesheim, 1965, Vol. IV, p.35; Husserl, Philosophie der Arithmetik, mit ergänzenden Texten (1890-1901), Husserliana, Band XII, Martinus Nijhoff, la Haye, 1970, p. 16-17, Frege, Grundlagen der Arithmetik, p. 31.

6 "Rezension von: E.C. Husserl, Philosophie der Arithmetik. I." (1894), in Kleine Schriften, p.185.

7 Wittgenstein's Lectures on the Foundations of Mathematics, Cambridge, 1939, From the notes of R.G. Bosanquet, N. Malcom, R. Rhees and Y. Smythies, edited by Cora Diamond, the Harvester Press, Hassocks, Sussex, 1976, p.168.

El punto crucial es, pues, finalmente que, como Frege le había explicado a Husserl en una carta del 24 de mayo de 1891 [8] y como él lo subraya de nuevo en su reseña de la "Filosofía de la Aritmética", una indicación de número debe hacer intervenir un término conceptual y que éste no es ni un nombre propio de la extensión del concepto ni un nombre común de cosas que pertenecen a esta extensión: "Ese pretendido nombre común -que sería preferible llamar término conceptual *(Begriffswort)*- no tiene nada que ver inmediatamente con los objetos, pero denota un concepto; y bajo este concepto pueden caer quizás objetos, pudiendo ser igualmente vacío, sin que por ello el término conceptual deje de ninguna manera de denotar" (p. 188).

Es, en consecuencia, completamente claro que cuando Frege sostiene que las proposiciones aritméticas son puramente lógicas y, contrariamente a lo que afirma Kant, analíticas, quiere decir antes que todo que su verdad no depende de un elemento extra-lógico irreductible como, por ejemplo, la intuición pura del tiempo o del espacio. Lo que hace que las proposiciones aritméticas sean, desde el punto de vista de Kant, sintéticas y sin embargo a priori (o a priori y sin embargo sintéticas), es que el predicado está incorporado necesariamente al sujeto "pero no como siendo pensado él mismo en el concepto (del sujeto), él está incorporado por intermediación de una intuición que debe agregarse al concepto"[9]. Es precisamente este punto el que discute Frege. Se podría proponer, y se ha propuesto, otras razones para considerar las proposiciones aritméticas y las de la lógica misma (o, en todo caso, algunas de ellas) como sintéticas. Pero este aspecto del asunto no interviene en ningún momento en el debate entre Frege y Kant.

La posición de Frege en relación a Kant es la misma que la de Dedekind: "Cuando designo la aritmética (el álgebra, el análisis) como no siendo más que una parte de la lógica, formulo que considero el concepto de número como totalmente independiente de representaciones o intuiciones del espacio y del tiempo, y que le considero más bien como una emanación directa de leyes del pensamiento puro (des reinen Denkgesetze)"[10]. Pero, si Frege y Dedekind conceden al programa de reducción de la aritmética a la lógica la misma significación y el mismo objetivo filosófico, están en desacuerdo sobre lo que se debe entender por "lógica".[11]: para Frege las nociones dedekinianas de sistema y de

---

8 Cf. Wissenschaftlicher Briefwechsel, herausgegeben von G. Gabriel, H. Hermes, F. Kambartel, C. Thiel, A. Veraat, F. Meiner, Hambourg, 1976, p.96-98.

9 Kritik der reinen Vernunft, in Kant's Gesammelte Schriften, herausgegeben von der Königlichen Preussischen Akademie der Wissenschaften, Band III, Berlin, 1904, p. 78.

10 Was sind und was sollen die Zahlen? (1888) Fried. Vieweg and Sohn, Braunschweig, 1965, p. III.

11 Otro punto de desacuerdo, más filosófico y más profundo, es que para Frege, no se pueden considerar los números como "libres creaciones del espíritu humano" que sirven "como medio para aprehender más fácilmente

pertenencia de una cosa a un sistema "no son usuales en lógica y no están reducidas a elementos lógicos reconocidos como tales (auf anerkannt Logisches)"[12]. La realización completa del programa implica que las nociones de "conjunto" *(System)* y de "aplicación" *(Zuordnung)* sean ellas mismas reemplazadas por conceptos puramente lógicos, como los de concepto y relación: "Concepto y relación son las piedras fundamentales sobre las cuales construyo mi edificio" (Ibid., p.3).

Como lo testimonia el título mismo de la *Begriffsschrift*, la ideografía fregeana debe constituir precisamente el lenguaje "del pensamiento puro" *(des reinen Denkens)*, es decir aquel que permita purificar los conceptos y las leyes de la lógica (luego los de la aritmética) de los elementos extraños que tienden a introducirse subrepticiamente en favor de un modo de expresión impropia. La escritura conceptual permite darse cuenta que "el pensamiento puro, que se desinteresa de todo contenido dado por los sentidos o aún por una intuición a priori, puede producir únicamente a partir del contenido que proviene de su constitución propia juicios que dan, a primera vista, la impresión de no ser posibles más que sobre la base de cualquier intuición"[13]. Si el "lenguaje formular" del pensamiento puro es construido sobre el modelo del empleado por la aritmética, ello hará posible a su vez, en contrapartida, la reducción de las leyes aparentemente híbridas que gobiernan los números a las del pensamiento puro. A diferencia de la mayor parte de los críticos filosóficos de Kant (y de Dedekind mismo), Frege se da cuenta que la construcción de una ideografía y la deducción puramente ideográfica *(begriffsschriftliche Ableitung)* de las leyes fundamentales de la aritmética era el único medio para aislar efectivamente los axiomas intuitivos *(Axiome der Anschauung)* implícitos y de "separar propiamente lo sintético que reposa sobre la intuición de lo analítico" (Grundlagen der Arithmetik, p. 103). De suerte que los "Fundamentos de la Aritmética" no podían pretender " haber hecho más que plausible la naturaleza analítica de las proposiciones aritméticas" (Ibid, p. 102) y el carácter erróneo de la concepción Kantiana; la corroboración definitiva de esta (fuerte) presuposición debió esperar la realización de la empresa monumental de las Grundgesetze:

> Eliminando todo tipo de laguna en los encadenamientos deductivos, se alcanza el resultado de que todo axioma, proposición, hipótesis o cualquiera sea la denominación que se le quiera dar, sobre la cual reposa una demostración, es puesta en claro: y Así se obtiene una base para apreciar la naturaleza epistemológica *(erkenntnistheoretischen)* de

---

y más claramente la diversidad de las cosas" (Dedekind, Ibid). Los números no son en ningún sentido los productos del pensamiento, ellos son simplemente aprehendidos y conocidos por él. Llegar a ser conocido (Erkanntwerden) no es nacimiento (Entstehen).

12 Grundgesetze der Arithmetik (1893-1903) Georg Olms, Hildesheim, 1966, Vol. I,p. VIII.

13 Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache der reinen Denkens (1879), Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt, 1964, p. 55.

la ley que ha sido ciertamente demostrada. Se ha declarado muchas veces que la aritmética no era más que un desarrollo fuerte de la lógica: pero esto permanece discutible en tanto que se ve aparecer en las demostraciones transiciones que no tienen lugar según leyes lógicas reconocidas pero que dan la impresión de reposar sobre un conocimiento intuitivo. Es solamente cuando estas transiciones son descompuestas en etapas lógicas simples cuando se puede uno convencer que no hay en la base otra cosa que la lógica (Grundgesetze, I, p. VII).

La etapa crucial en la realización del programa fregeano, en tanto que él se presenta como una refutación de las ideas kantianas, es evidentemente la definición del concepto general de sucesión *(Reihe)* y de arreglo a una sucesión *(Anordnung in einer Reihe)* en términos puramente lógicos,que permiten mostrar que la inducción aritmética no tiene, en contra de las apariencias, nada que ver con la producción de la sucesión de los enteros naturales por un proceso de síntesis gradual en el tiempo, ni, de manera general, con una construcción de conceptos en la intuición. En tanto que, para Kant, la extensión y fecundidad del conocimiento matemático serían inexplicables si ellos procediesen únicamente por (análisis de) conceptos, Frege considera que la necesidad de construir sus conceptos en la intuición le impondría, por el contrario, limitaciones a las cuales la aritmética no está manifiestamente sometida. Como lo escribió en la *Begriffsschrift*:

Las leyes que van a ser desarrolladas sobre las sucesiones sobrepasan mucho en generalidad todas las leyes análogas que puedan ser derivadas de cualquier intuición de sucesiones. Si, en consecuencia, se quisiese considerar como más apropiado tomar como base una representación intuitiva de sucesión, no se debería olvidar que las proposiciones así obtenidas, que tendrían el mismo valor verbal que las dadas aquí, estarían sin embargo lejos de ser iguales que ellas porque no tendrían precisamente validez más que en el dominio de la intuición sobre la que ellas estarían fundadas (p.55)

Lo que está en debate es entonces el carácter puramente formal (en el primero de los dos sentidos distinguidos por Frege) de la sucesión de los enteros naturales, que es desnaturalizado en una interpretación como la de Kant, por una restricción inaceptable.

## II

Si la aritmética es puramente lógica, en el sentido de que ella puede ser reconstruida finalmente como una parte del cálculo de predicados de segundo orden, no sucede de ninguna manera lo mismo con la geometría, para la que Frege acepta sin reticencias la concepción Kantiana:

Kant tiene el gran mérito de haber distinguido entre los juicios sintéticos y los juicios analíticos. Calificando las verdades geométricas de sintéticas y a priori desveló su verdadera naturaleza. Conviene recordar esto aún ahora porque se le desconoce muy a

> menudo. Si Kant se equivocó en lo que concierne a la aritmética, su mérito, me parece, no se ve básicamente disminuido. Lo que le interesaba era mostrar que había juicios sintéticos a priori. Que ellos no se presenten más que en la geometría o igualmente en la aritmética, esto es menos importante (Grundlagen der Arithmetik, p. 101-102).

Kant había sido sensible a la diferencia de naturaleza que existe aparentemente entre las matemáticas en su conjunto y la lógica. Frege ha partido por el contrario, de la que existe al interior de las matemáticas mismas, entre la aritmética y la geometría y arribó a la conclusión de que la distinción Kantiana, correcta en su principio y esencial, había sido trazada simplemente por un lugar incorrecto y debía en realidad separar la lógica y la aritmética, consideradas como un todo, de la geometría.

Como lo muestra el prefacio de la Begriffsschrift, Frege comenzó por clasificar todas las proposiciones en dos categorías a la manera de Leibniz y Hume: "Dividimos (...) todas las verdades que tienen necesidad de una justificación en dos especies, en la medida en que la demostración en el caso de unas, puede proceder de manera puramente lógica pero, en el caso de las otras, debe apoyarse sobre hechos de experiencia" (p.IX). En un pasaje que contiene un vocabulario muy diferente al utilizado posteriormente, que habla de sentido y referencia de un nombre, Frege subraya que..."Los diferentes nombres para el mismo contenido no son siempre una cuestión de forma sin importancia sino que (...) conciernen a la naturaleza de la cosa misma cuando ellos van a la par con modos de determinación *(Bestimmungsweisen)* diferentes. En este caso el juicio que tiene por objeto la identidad de contenido *(Inhaltsgleichheit)* es un juicio sintético en sentido Kantiano " (p.15). La razón esencial que motiva la introducción de un signo para la identidad de contenido es que "el mismo contenido puede ser determinado completamente de diferentes maneras: pero que, en un caso particular, la misma cosa sea realmente dada a través de dos modos de determinación, esto constituye el contenido de un juicio" (p. 16). Sin embargo, el signo de identidad de contenido no es utilizado de esta manera en las definiciones: éstas, en tanto que convenciones de abreviación, estipulan una identidad de contenido, pero no lo afirman; ellas no constituyen juicios de identidad y en consecuencia no son ni analíticas ni sintéticas. Pero, cuando una definición es utilizada en tanto que juicio para afirmar la identidad que existe en adelante por estipulación, se trata de un juicio analítico, "puesto que él hace simplemente resaltar de nuevo lo que ha sido puesto en los nuevos signos" (p.56).

Es el caso particular de la geometría, el que obligó a Frege a volver en los "Fundamentos de la Aritmética", a una clasificación tripartita del género de la de Kant.

Las leyes de la geometría, que no son manifiestamente verdades empíricas, no son tampoco a verdades universales del género de las de la lógica y la aritmética. El análisis que dió Kant de ello, fue correcto en la medida en que ellas no son puramente conceptuales y conciernen a un dominio especificado por una intuición especial a saber: la de los objetos de una intuición espacial *(des räumlich Anschaulichen)* :

> ... desde el punto de vista del pensamiento conceptual, se puede en todo caso admitir el contrario de tal o cual axioma geométrico sin encontrarse por ello preso en contradicciones consigo mismo cuando se obtienen consecuencias de asunciones de este género que están en conflicto con la intuición. Esta posibilidad muestra que los axiomas geométricos son independientes unos de otros y de leyes lógicas primitivas y en consecuencia sintéticas. ¿Se puede decir lo mismo de los principios de la ciencia de los números? ¿Es que todo no cae en la confusión si se quisiera negar uno de ellos? El pensamiento sería aún posible? El fundamento de la aritmética no es más profundo que aquel del saber empírico y más aún que el de la geometría? (Grundlagen der Arithmetik, p.20-21.)

La posibilidad de construir una geometría coherente tomando la negación de tal o cual axioma euclidiano no significa evidentemente para Frege, que se puedan tener realmente varias geometrías sino simplemente que los axiomas y los teoremas de la única geometría verdadera no pueden ser verdades lógicas o leyes del pensamiento puro. Las verdades de la geometría hacen intervenir además de la lógica, otra fuente de conocimiento *(Erkenntnisquelle)* específico. Es, en contraposición, la "relación íntima" de las leyes de los números con las leyes del pensamiento mismo lo que Frege expresa caracterizándolas como analíticas, por oposición a las de la geometría. Su error es, como lo señala Angelelli "intentar expresar un desacuerdo real con Kant en los términos kantianos definidos de una manera no-kantiana [14].

Frege considera que él permanece fiel al sentido kantiano de los términos en cuestión cuando señala que las dos distinciones *a-priori// a-posteriori* y analítico// sintético "no se refieren al contenido del juicio sino a la justificación que permite sostener el juicio" (Ibid. p.3).Esto no quiere decir, es verdad, que el tipo de justificación que se pueda dar de un juicio no tenga nada que ver con su contenido, sino únicamente que allí donde ningún juicio es sostenido no hay tampoco en rigor lugar para una distinción entre lo *a-priori* y lo *a-posteriori* (ni entre lo analítico y lo sintético). En términos fregeanos, las distinciones en cuestión no se aplican más que a una aserción y no a un contenido juzgable *(beurteilbarer Inhalt)*; ellas no conciernen en todo caso a la manera como el contenido de la proposición es propuesto a la conciencia sino a las razones objetivas que se tienen para darle un asentimiento.

Una verdad es analítica si se la puede demostrar sin hacer intervenir otra cosa que leyes lógicas universales y definiciones. Ella es sintética cuando la prueba requiere la utilización de verdades "que no son verdades de la lógica general sino que se refieren a un dominio particular del saber". Una verdad a-posteriori es una verdad cuya prueba no puede ser dada sin la invocación de hechos, "es decir verdades indemostrables sin

---

14 I. Angelelli. Studies on Gottlob Frege and Traditional Philosophy. D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1967, p. 77.

generalidad, que contienen enunciaciones hechas a propósito de objetos determinados". Una verdad es *a-priori* si es posible "probarla enteramente a partir de leyes generales que en cuanto tales no pueden tener y no tienen necesidad de pruebas" (Ibid, Nº 3). En estas condiciones la tesis del carácter sintético a-priori de las verdades geométricas se reduce simplemente a esto: su demostración hace intervenir indemostrables específicos que no son principios lógicos, pero que son sinembargo siempre proposiciones generales y no proposiciones singulares, en las que se trata de objetos determinados. A los ojos de Frege, una diferencia esencial entre la aritmética y la geometría es que ésta no se interesa en objetos particulares más que en cuanto "representantes de su especie completa", en tanto que la aritmética tiene que ver con objetos que tienen su individualidad propia: los números (Cf. Ibid, Nº 13). Es claro que la caracterización fregeana no conserva prácticamente nada de lo que constituye en Kant la especificidad de los juicios sintéticos a-priori, y elimina, en particular, completamente el aspecto trascendental, es decir, la contribución que los juicios sintéticos *a-priori* aportan a la posibilidad de una experiencia en general.

La distinción *a-priori*, *a-posteriori* en Kant, si ella no se refiere a la génesis empírica, concierne sin embargo el origen del conocimiento que es, en el segundo caso la experiencia, y en el primero nuestro poder de conocer en cuanto tal; y la distinción analítico-sintético concierne realmente al contenido del conocimiento cualquiera sea su origen: "... Los juicios pueden tener cualquier origen *(Ursprung)* o igualmente estar constituidos en cuanto a su forma lógica, de la manera que sea, hay sin embargo una diferencia entre ellos en cuanto a su contenido *(Inhalt)* en virtud de la cual ellos son: o bien, puramente explicativos *(erläuternd)* y no agregan nada al contenido del conocimiento o bien extensivos *(erweiternd)* y aumentan el conocimiento dado; los primeros podrán ser llamados analíticos, los segundos sintéticos" [15]. La característica esencial de la sinteticidad se sitúa entonces, para Kant, a nivel de lo que Frege llama "valor de conocimiento" *(Erkenntniswert)*, que distingue los enunciados como "a = a" que son *a-priori* y analíticos, de los enunciados "a = b" que pueden contener "extensiones *(Erweiterungen)* muy importantes de nuestro conocimiento (en términos kantianos: pueden ser sintéticos) y no pueden ser siempre justificados *a-priori*" [16].

En la respuesta a Eberhard, Kant recuerda que, según la Crítica: "los juicios sintéticos son aquellos mediante cuyo predicado añado al sujeto del juicio más de lo que yo pienso en el concepto del que enuncio el predicado, y este último, por lo tanto, aumenta el conocimiento más allá de lo que contiene aquel concepto, mientras que en los juicios analíticos no se hace otra cosa que enunciar y representar de un modo claro lo que

---

15 Prolegomena zu einer jeden künftigen Metaphysik die als Wissenschaft wird auftreten können, in Kant's Gesammelte Schriften, Band IV, p. 266.

16 "Ueber Sinn und Bedeutung", in Kleine Schriften, p. 143.

ya está contenido realmente y pensado, como perteneciéndole, en el concepto dado" [17]. La "explicación" (en el sentido carnapiano de la palabra) dada por Frege a las dos parejas de conceptos *a-priori,a-posteriori* y analítico-sintético en los "Fundamentos de la Aritmética", pone entre paréntesis a la vez la cuestión del origen (en el sentido trascendental como en el empírico) del conocimiento y la de su contenido propiamente dicho, para no retener finalmente más que la de su justificación (en el sentido de la reducción de la verdad a verdades primitivas que no tienen a su vez necesidad de ser justificadas) y más precisamente de la mayor o menor generalidad de las proposiciones que intervienen en un momento o en otro en el proceso. Así, las fórmulas numéricas determinadas, como "7 + 5 = 12", aunque traten de objetos particulares, son a-priori porque pueden ser demostradas a partir de leyes generales que no requieren demostración, y analíticas, porque su demostración no hace intervenir más que leyes de amplia generalidad (es decir, leyes del pensamiento puro) y definiciones, en tanto que, para Kant ellas son *a-priori* (en el sentido de universalmente válidas y necesarias y por ello independientes de la experiencia o, en todo caso, no derivadas de la experiencia) y sintéticas (es decir, verdaderas en virtud de una construcción de concepto, que representa un acrecentamiento del conocimiento y no de un simple análisis del concepto), lo que no les impide ser en rigor, indemostrables, aunque Kant duda en considerarlas como axiomas, en la medida en que ellas no representan aserciones universales y son infinitas en número [18].

Como lo testimonia de nuevo la reciente empresa de Hintikka [19], toda tentativa de explicación de los conceptos kantianos de analiticidad y sinteticidad desde el punto de vista de la lógica contemporánea no puede mas que separarse de entrada de los caminos seguidos por Kant y no da la impresión de salvar la distinción kantiana más que ignorando o desnaturalizando más o menos completamente el proyecto crítico en cuanto tal. "Los juicios analíticos, escribe Kant, no dicen nada más en el predicado de lo que ya está pensado realmente en el concepto del sujeto aunque de manera menos clara y más inconsciente" (Prolegómenos, p.266). Es esto lo que le permite sostener que un juicio analítico, aún si él no amplía propiamente hablando nuestro conocimiento, puede sin embargo ser muy diferente de una tautología o de una trivialidad, en la medida en que él explicita una información efectivamente ya dada, pero dada sólo "confusamente" *(versteckter weise, dunkel, verworren).* Pero, como lo señala Wittgenstein a propósito de la cuestión de saber si en el caso en que "q" es una consecuencia lógica de "p", "q" ha sido ya de una manera u otra pensada al mismo tiempo que "p": "Toda la idea según la

---

17 Réponse à Eberhard, Traducción Roger Kempf, Vrin, Paris, 1973,p.80.

18 Cf. Critique de la Raison Pure, p. 150-151.

19 Cf. Logic Language Games and Information, Kantian Themes in the Philosophy of Logic. The Clarendon Press, Oxford, 1973.

cual con la proposición de la cual se deriva otra proposición se debe pensar esta última, reposa sobre una concepción falsa y psicologizante. No debemos, en verdad, preocuparnos más que de lo que reside en los signos y las reglas" (Philosophische Grammatik, p. 248). Si se trata aquí de un pensamiento, no se trata de un pensamiento confuso o inconsciente sino más bien de lo que Leibniz llama un pensamiento ciego o simbólico que no está simplemente explicitado, sino que está verdaderamente constituído por las operaciones que efectuamos sobre los signos.

No decimos que "q" sea deducible de "p" porque el pensamiento de "p" contenga ya virtualmente el de "q": es porque "q" se deduce de "p" en virtud de reglas lógicas por lo que estamos tentados a decir (aún en el caso de una consecuencia muy lejana) que "q" ha sido ya pensada implícitamente al mismo tiempo que "p" y que, por ejemplo, enunciando una proposición universal hemos ya pensado (obscuramente) una infinidad de consecuencias particulares. De la misma manera, es claro que el criterio del hecho de que el concepto del predicado haya sido ya"pensado" en el concepto del sujeto no puede ser más que el carácter analítico de la proposición en cuestión y no a la inversa.

En este sentido Frege tiene razón al señalar que la analiticidad no se refiere, propiamente hablando, al contenido del juicio: ella no puede ser una propiedad del contenido del juicio tomado en sí y aisladamente. Kant asume las cosas al contrario, considerando inicialmente (y casi exclusivamente) el caso de las fórmulas numéricas determinadas, que, en realidad "son sintéticas o analíticas, a-posteriori o a-priori, según que lo sean las leyes universales sobre las cuales se apoya su demostración (Grundlagen der Arithmetik, p. 9). Un criterio de la analiticidad debe necesariamente tomar la forma de una caracterización recursiva utilizando como verdades analíticas iniciales las leyes lógicas. (La idea de hacer pasar, como lo ha intentado Hintikka, la distinción sintético-analítico al interior de la lógica misma es incontestablemente interesante y fecunda, pero ella no es de ninguna manera fregeana, y no puede ser considerada como conforme al espíritu del kantismo más que por caridad o por especulación: ella no corresponde -y no pretende corresponder- a la concepción kantiana de la lógica sino a la que Kant habría podido o habría debido tener si él hubiese conocido otra lógica). Para Frege, la clase de las verdades analíticas comprende las leyes lógicas y todas las proposiciones que puedan ser reducidas a leyes lógicas con la ayuda de simples definiciones.

Kant mismo, propone, por lo demás, un criterio que se refiere no directamente al contenido o al valor de conocimiento del juicio, sino a la justificación que se le pueda dar. "Si el juicio es analítico, negativo o afirmativo, su verdad debe poder cada vez ser reconocida de manera suficiente según el principio de contradicción" (Critique de la raison pure, p.142) . En tanto que el principio supremo de los juicios sintéticos a-priori es la posibilidad de una experiencia en general, el de los juicios analíticos se supone que es simplemente el principio de contradicción (en una formulación que Kant modificó de manera que "la naturaleza de una proposición analítica sea claramente expresada por éste"). Un predicado atribuido a un sujeto por una proposición apriori le pertenece necesariamente y hace parte de su esencia; pero todo el asunto está en saber "si el (predicado) es derivado analíticamente según el principio de contradicción o sintéticamente, siguiendo algún otro principio" (Réponse a Eberhard,P.81). Así, la permanencia es un predicado necesario de la substancia "pero, no estando contenida ella misma en el concepto de substancia, ella no puede ser obtenida (siguiendo el principio de contradicción) por ningún análisis. 'Toda sustancia es permanente' es una proposición sintética" (Ibid,p.81-82). El principio de contracción no permite tampoco por él mismo (sobre todo en su versión Kantiana) establecer la analiticidad de las leyes lógicas como tales. Pero en la medida en que la concepción Kantiana de la analiticidad reposa sobre la idea de que cualquiera que negase una proposición analítica entraría implícitamente en contradicción con él mismo, Frege puede estimar que él le hace justicia caracterizando las verdades analíticas como siendo las que resultan de leyes lógicas (es decir, para hablar como Kant, de leyes del acuerdo del pensamiento con él mismo en sentido amplio) y de definiciones que han sido establecidas (en lenguaje Kantiano, de "aquello que reside y es pensado como concepto en el conocimiento del objeto"). Hay sin embargo buenas razones (sobre las cuales no es posible extenderse aquí) para considerar que en realidad el criterio Fregeano constituye más bien una corrección de la caracterización Leibniziana de las verdades de razón como identidades explícitas (formales) o virtuales (reducibles a identidades explícitas por la intermediación de definiciones).

## III

Aún si es verdad que ,desde el punto de vista de Kant, la distinción analítico-sintética es teóricamente aplicable a juicios de cualquier forma lógica, es evidente que Kant no la aplica de hecho más que a una clase muy particular y limitada de juicios:

> Si se toma como base su definición, la división en juicios analíticos y juicios sintéticos no es exhaustiva. Kant piensa en el caso del juicio afirmativo universal. En este caso se puede hablar de un concepto de sujeto y preguntarse si el concepto de predicado está -conforme a la definición- contenido en aquél. Pero, ¿qué sucede cuando el sujeto es un objeto singular? ¿Cuándo se trata de un juicio existencial? No se puede entonces, de ninguna manera, hablar de un concepto de sujeto en ese sentido (Grundlagen der Arithmetik, p. 100).

Aún si se puede hablar de un concepto de sujeto en el caso del juicio singular mismo, bajo la condición de admitir conceptos de individuo, la dificultad persiste para los juicios relacionales y existenciales. Frege considera que Kant tuvo, sin embargo, la idea de un concepto amplio de analiticidad como el que está propuesto en los "Grundlagen", particularmente cuando él señala que la verdad de un juicio sintético no puede ser reconocida según el principio de contradicción más que en la medida en que otro juicio sintético sea presupuesto (Critique de la raison pure,p.36). Lo que está en discusión aquí no es como supone Angelelli (Op.Cit.,p. 77) la cuestión de saber si Kant tuvo la idea del sentido de la palabra "analítico"como el de las tautologías del cálculo proposicional (p.ej. el principio del tercero excluido) que pueden ser consideradas como analíticas; sino más bien el hecho de que Kant parece haber reconocido lo que Frege considera como un punto crucial: a saber, que la analiticidad (respecto de la sinteticidad) de una proposición depende directamente de las proposiciones de que tenemos necesidad para establecerla. Si se adopta la definición fregeana de analiticidad, no se tiene evidentemente más necesidad de preguntarse cuál puede ser el concepto de sujeto y el de predicado en una proposición como "7+5=12". La analiticidad de este género de proposiciones está condicionada únicamente a la posibilidad de demostrarla efectivamente a partir de leyes lógicas y de definiciones. Pero, al mismo tiempo, ella está lejos de ser inmediata. Como lo escribe Frege: "No es raro que se obtenga inicialmente el contenido de una proposición y que se dé enseguida por otra vía más difícil, la demostración rigurosa por la que se obtiene a menudo también un conocimiento más preciso de las condiciones de validez" (Grundlagen der Arithmetik, p.3).

Es la estrechez de la noción Kantiana de analiticidad lo que entrañó, según Frege, la sub-estimación del valor (de conocimiento) de los juicios analíticos. Si se tiene en cuenta el hecho de que el concepto de analiticidad pone en juego toda la maquinaria de los principios lógicos y de la deducción, uno se ve llevado a forjarse otra idea de la importancia de las proposiciones analíticas para la ciencia. Se cae en cuenta, en particular, que las definiciones y las consecuencias múltiples e inesperadas que se pueden obtener de ellas por métodos que siguen siendo puramente lógicos (en un sentido, es verdad, considerablemente amplio en relación a la concepción Kantiana de la lógica) están lejos de ser improductivas. Frege reprocha a Kant haber concebido las definiciones (matemáticas) esencialmente como formaciones de concepto *(Begriffsbildungen)* por simple coordinación de caracteres en tanto que, en los casos más típicos y significativos, no tenemos "una serie de caracteres conjuntivos sino una relación mas íntima, más orgánica, podría decirse, de las determinaciones" (Ibid,p.100). En el primer caso, no se trata más que de "utilizar de una manera nueva las lineas ya dadas para la delimitación de una región" sin producir nada verdaderamente nuevo. Pero, "las determinaciones de concepto más fecundas trazan líneas de demarcación que aún no estaban dadas de ninguna manera. Lo que se pueda deducir no se tiene de entrada como una perçepción de conjunto, no se saca simplemente de la caja lo que se había puesto dentro con anterioridad. Las consecuencias que se obtienen amplían nuestros conocimientos y se debería, en consecuencia, según Kant, considerarlas como sintéticas; sin embargo ellas pueden ser demostradas de manera puramente lógica y son entonces analíticas. Ellas están efectivamente contenidas en las definiciones pero como la planta en la semilla y no como la viga en la casa" (Ibid,p.101). Es claro que Frege habría reproducido de manera más exacta la concepción Kantiana y expresado de manera más satisfactoria su desacuerdo con Kant diciendo que las definiciones matemáticas podrían ser extraordinariamente fecundas sin que por ello los conceptos que esas definiciones producen sintéticamente combinando libremente caracteres (en tanto que las definiciones filosóficas no son más que explicaciones de conceptos dados) tengan necesidad de ser representados a-priori en una intuición correspondiente,o aún, que las consecuencias que resultan de una definición pueden ser sintéticas (en el sentido en que representan un real acrecentamiento del conocimiento) sin que por ello la deducción haga intervenir ninguna proposición sintética (en el sentido de: proposición cuya verdad no es puramente conceptual, sino que reposa sobre una construcción de concepto en la intuición).

Como lo señala Angelelli: "El desacuerdo verbal consiste en decir que Frege considera lo analítico como ampliando el conocimiento, a diferencia de Kant. El desacuerdo real se expresa diciendo que para Frege, los conceptos sin intuición no son necesariamente vacíos" (Op.cit.p.77). Para Kant, "todo nuestro conocimiento se relaciona a fin de cuentas con intuiciones posibles: porque únicamente por ellas es dado un objeto " (Critique de la raison pure, p. 472). A los ojos de Frege, el caso de la aritmética demuestra exactamente lo contrario. El concepto de número no presta nada ni de la materia ni de la forma de la sensibilidad y el hecho de que Frege dé por momentos la impresión de confundir la intuición pura con la intuición empírica no cambia en nada el asunto:

> Debo discutir la validez universal de la afirmación de Kant: sin la sensibilidad, ningún objeto nos sería dado. El cero, el uno, son objetos que no pueden dársenos de manera sensible. Aun aquellos que consideran los números más pequeños como dados en la intuición deberán sin embargo conceder que ninguno de los números mayores que 1000 (1000$^{1000}$) pueden sernos dados intuitivamente y que sin embargo sabemos muchas cosas sobre ellos. Quizás Kant haya utilizado la palabra " objeto " en un sentido un poco diferente, pero entonces el cero, el uno, nuestro $^{1}$ caen enteramente fuera de lo que él considera, porque ellos no son tampoco conceptos y de los conceptos, igualmente Kant exige que se les adjunte el objeto en la intuición (Grundlagen der Arithmetik, p. 101) .

En otro términos, los números, tal como los concibe Frege son desde el punto de vista de la filosofía Kantiana una imposibilidad realizada porque ellos son objetos dados de manera puramente conceptual. La aritmética es un conocimiento puramente racional al igual que la lógica, un conocimiento racional discursivo por conceptos y no un conocimiento racional intuitivo por construcción de conceptos.

Como lo testimonia particularmente la fecundidad de la teoría puramente lógica de las sucesiones, es precisamente esta independencia con relación a la intuición y a la sensibilidad la que permite realizar una extensión tan espectacular del conocimiento: "En vista del poderoso desarrollo de las teorías aritméticas y de sus múltiples aplicaciones no se podrá seguramente seguir manteniendo el desprecio tan extendido de los juicios analíticos y la fábula de la esterilidad de la lógica pura" (Ibid, p.24).Es bien sabido que lo que Kant entiende exactamente por "construcción del concepto en la intuición", cuando se trata de la aritmética o del álgebra, es aceptablemente oscuro y ambiguo. Nos podemos preguntar, entre otras cosas, si Frege ha interpretado correctamente la concepción kantiana dado que él mismo tenía dudas sobre este punto. Pero hay, en todo caso, incontestablemente un desacuerdo fundamental entre Frege y Kant: la filosofía de la aritmética de Frege es un homenaje al poder autónomo del concepto y a la fecundidad ilimitada del conocimiento puramente conceptual [20].

Universidad de Ginebra.

20 En una carta del 29 de agosto de 1882, cuyo destinatario parece ser Marty, Frege caracteriza así el resultado al cual ha llegado gracias a la Begriffsschrift: "Me parece que de esta manera el valor y la fuerza del pensamiento discursivo están puestos en evidencia, como debe ser. Porque, en tanto que Leibniz ha sobreestimado este pensamiento, en la medida en que él habría querido demostrar todo a partir de conceptos, Kant, me parece a la inversa, no parece haber tenido suficiente consideración por la importancia de los juicios analíticos, en la medida en que él se atiene a ejemplos demasiado simples" (Wissenschaftlicher Briefwechsel, p. 163).